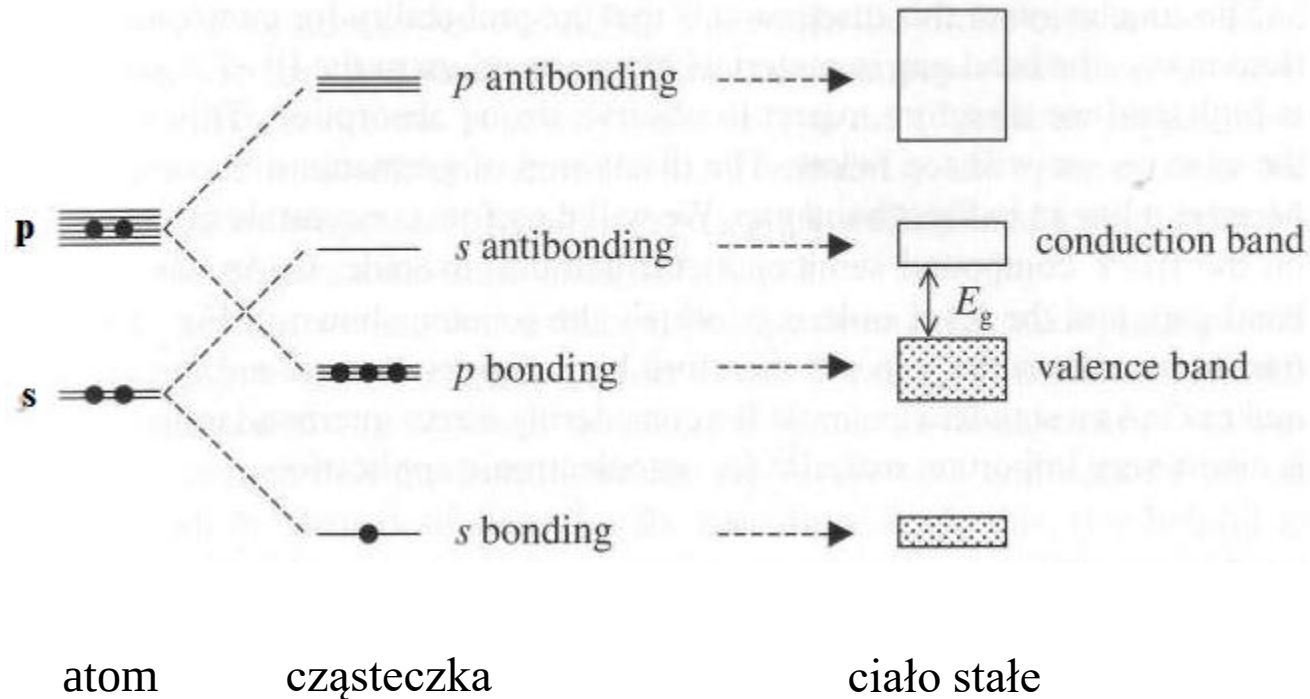


Wykład VI

Absorpcja

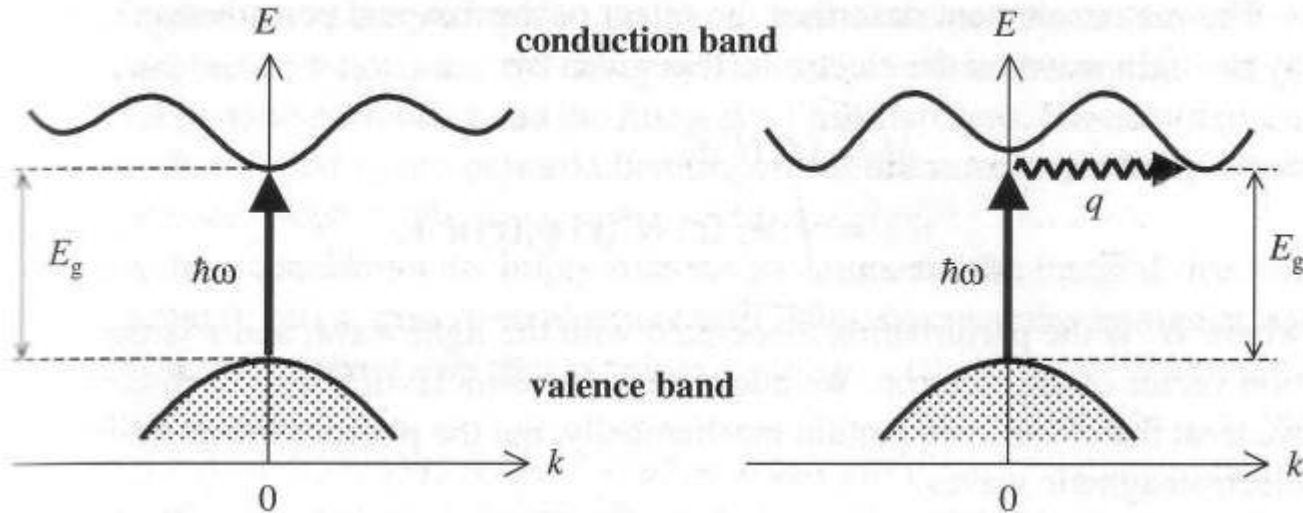
Absorpcja światła w półprzewodnikach

Diagram pasmowy półprzewodnika



- Przejścia optyczne pasmo walencyjne – pasmo przewodnictwa w półprzewodnikach IV grupy, III-V oraz II-VI zachodzą między stanami p i s.
- Takie przejścia są dozwolone ($\Delta l = \pm 1$), jako przejścia dipolowe (dipol w polu elektrycznym fali elektromagnetycznej).
- Funkcja stanu s jest parzysta $(-1)^l = (-1)^0 = 1$
- Funkcja stanu p jest nieparzysta $(-1)^l = (-1)^1 = -1$
 (l – orbitalna liczba kwantowa)

Przejścia optyczne w półprzewodniku



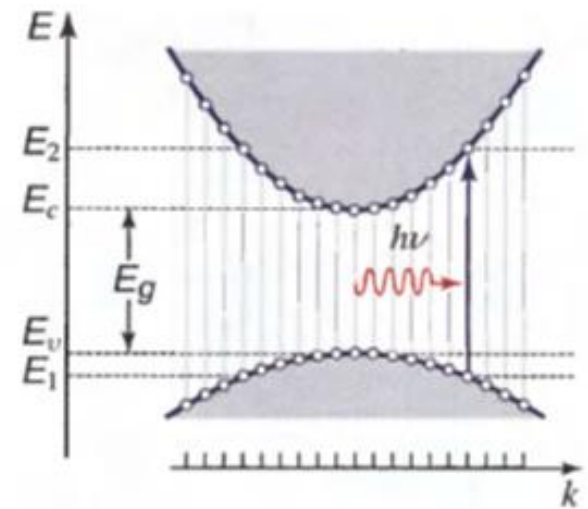
Prosta przerwa wzbroniona

Skośna przerwa wzbroniona

Przejścia proste

Prawdopodobieństwo przejścia z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa:

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \rho(h\nu)$$

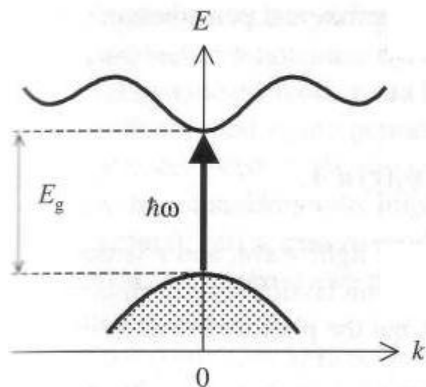


gdzie M – element macierzowy przejścia, $\rho(h\nu)$ – łączna gęstość stanów

$$M = \langle f | H' | i \rangle = \int \Psi_f^*(\vec{r}) H'(\vec{r}) \Psi_i(\vec{r}) d^3\vec{r} \quad H' = -\vec{p}_e \cdot \vec{E}$$

gdzie $\vec{p}_e = -e\vec{r}$ moment dipolowy oddziaływania elektron-pole elektryczne fali elektromagnetycznej, o natężeniu $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$

$$H' = e\vec{E}_0 \cdot \vec{r} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$



Przejścia proste - element macierzowy

Stany elektronowe opisują funkcje Blocha:

$$\Psi_i(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} u_i(\vec{r}) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \quad \Psi_f(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} u_f(\vec{r}) e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}}$$

$$M = \frac{e}{V} \int u_f^*(\vec{r}) e^{-i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} (\vec{E}_0 \cdot \vec{r} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}) u_i(\vec{r}) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} d^3\vec{r} *$$

gdzie całkowanie jest po całym kryształ.

Przejście proste:

$$\hbar\vec{k}_f - \hbar\vec{k}_i = \hbar\vec{k}$$

Ta równość oznacza, że faza w równaniu * jest równa zero. Dzięki temu oraz ze względu na periodyczność funkcji $u_i(\vec{r})$, można się ograniczyć do jednej komórki elementarnej i ostatecznie, zakładając, że fala em. jest spolaryzowana w kier. osi x:

$$|M| \propto \int_{k.el.} u_f^*(\vec{r}) x u_i(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

Liczba falowa dla fotonów z zakresu widzialnego jest rzędu $10^7 m^{-1}$; liczba falowa elektronów z krawędzi strefy Brillouina $\sim 10^{10} m^{-1}$. Pomijamy pęd fotonu:

$$\vec{k}_f = \vec{k}_i$$

Dlatego na rys. przejście proste tj. linii pionowa!

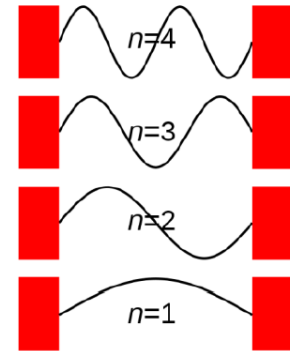
Gęstość stanów w przestrzeni k

Elektrony na dnie pasma przewodnictwa (i dziury przy wierzchołku pasma walencyjnego) można traktować jak cząstki w pudle potencjału. Funkcja falowa elektronu w pudle potencjału to fala stojąca:

$$\psi(x, y, z) = \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$$

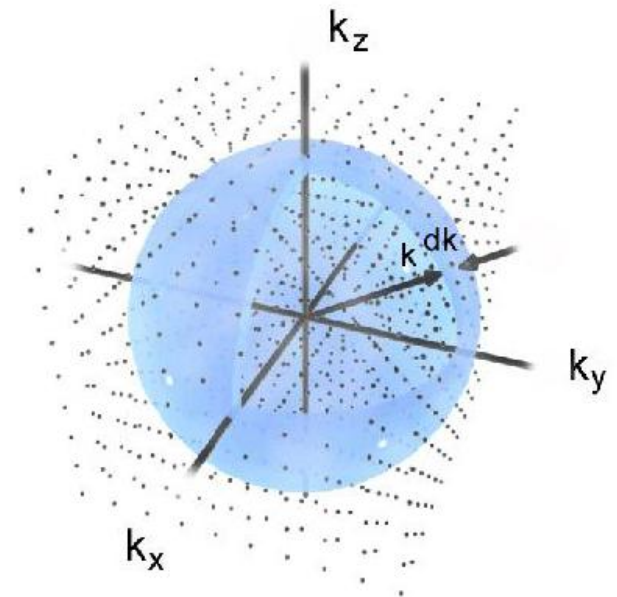
Dozwolone wartości k:

$$k_x L_x = \pi n_x, k_y L_y = \pi n_y, k_z L_z = \pi n_z, \quad n_x, n_y, n_z \text{ liczby całkowite}$$



- Dozwolone wartości k można przedstawić w przestrzeni k w postaci sieci punktów odległych o $\pi/L_{x,y,z}$.
- Objętość, którą zajmuje każdy stan k wynosi $\pi^3/L_x L_y L_z$. Odwrotność tej wielkości, to gęstość stanów w przestrzeni k:

$$\rho(\mathbf{k}) = \frac{V}{\pi^3}.$$



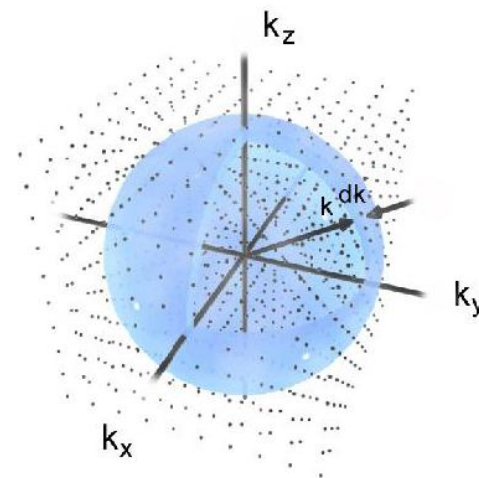
Gęstość stanów w przestrzeni k

Liczba stanów zawarta w przedziale od k do $k+dk$, jest równa gęstości stanów pomnożonej przez objętość sfery o promieniu k i grubości dk , $4\pi k^2 dk$:

$$\rho(k)dk = 4\pi k^2 \left[\frac{V}{\pi^3} \right] dk$$

Ze względu na spin:

$$\rho(k)dk = 8\pi k^2 \left[\frac{V}{\pi^3} \right] dk$$



Dzielimy przez 8, bo uwzględniamy tylko dodatnie n_x, n_y, n_z (zakładając propagację fali stojącej już uwzględniamy obydwa kierunki $\vec{k}$):

$$\rho(k)dk = \pi k^2 \left[\frac{V}{\pi^3} \right] dk = \left[\frac{V k^2}{\pi^2} \right] dk$$

Dla elektronów w pasmie przewodnictwa:

$$p = \hbar k, E = p^2 / 2m^* \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$k^2 = \frac{(E - E_c) 2m^*}{\hbar^2}$$

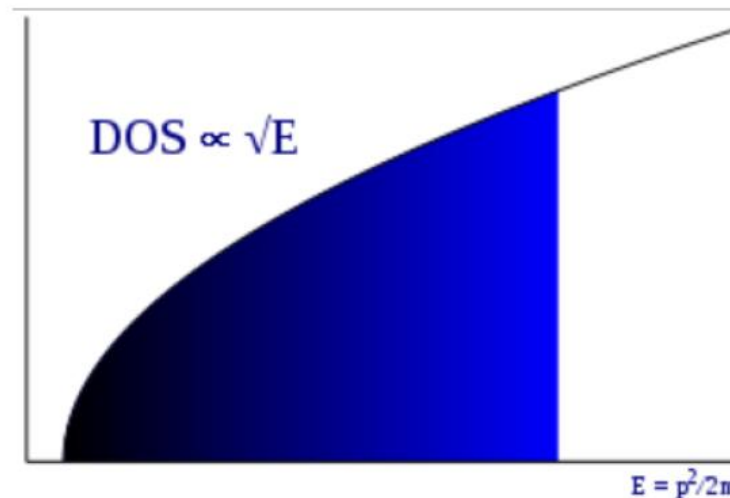
$$2kdk = \frac{2m^* dE}{\hbar^2}$$

$$dk = \frac{2m^* dE}{2k\hbar^2} = \frac{m^* dE}{\hbar \sqrt{2m^* (E - E_c)}}$$

Gęstość stanów w przestrzeni k

$$\rho(k)dk = \frac{Vk^2}{\pi^2} \frac{m^* dE}{\hbar \sqrt{2m^*(E - E_c)}} = \frac{Vm^* [2m^*(E - E_c)]^{1/2}}{\pi^2 \hbar^3} dE$$

$$\rho(E)dE = \frac{m^* [2m^*(E - E_c)]^{1/2}}{\pi^2 \hbar^3} dE$$

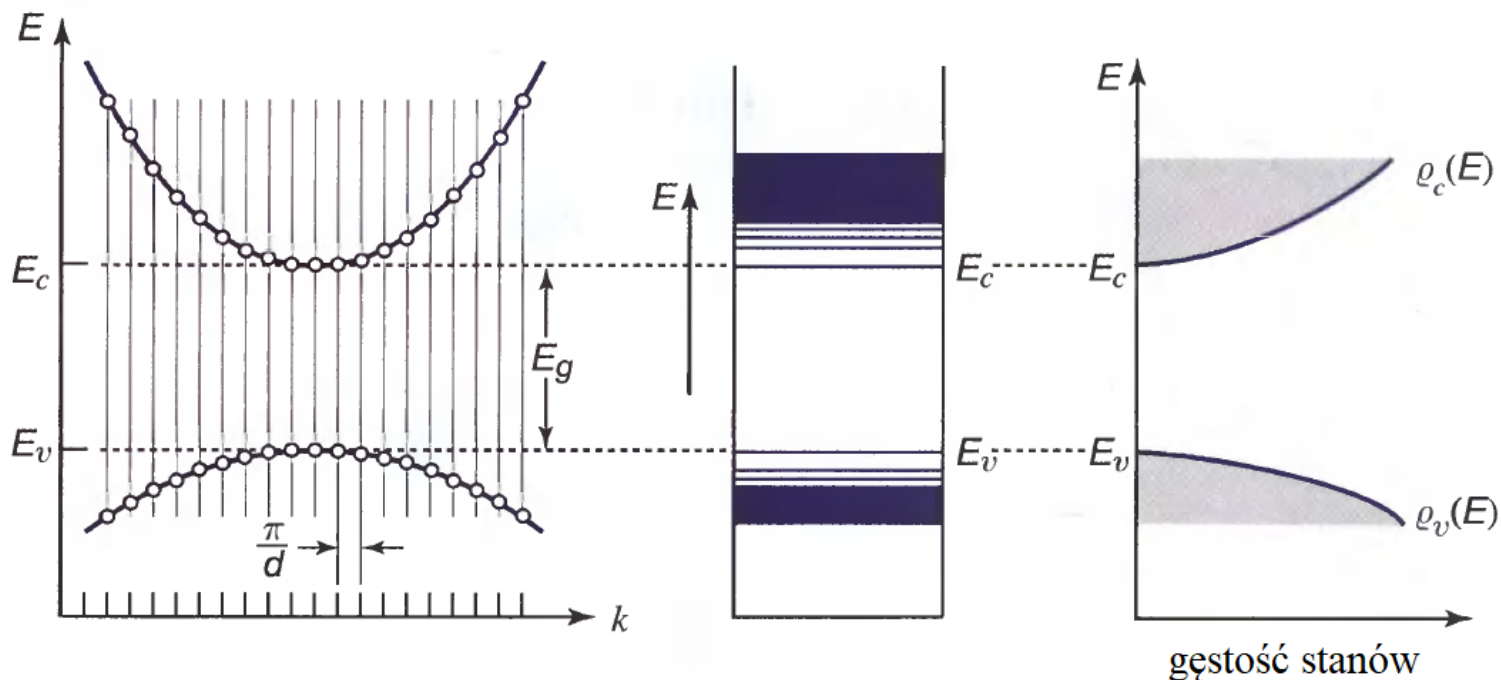


Gęstość stanów

Gęstość stanów w pobliżu krawędzi pasm:

$$\varrho_c(E) = \frac{(2m_c)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E - E_c}, \quad E \geq E_c$$

$$\varrho_v(E) = \frac{(2m_v)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E_v - E}, \quad E \leq E_v$$



Absorpcja - łączna gęstość stanów

Zamiast rozważać ruch elektronów i dziur oddzielnie, można opisać przejście elektronów z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa (lub w odwrotną stronę) jako przejście jednej cząstki o masie równej masie zredukowanej m_r :

$$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_v} + \frac{1}{m_c}$$

$$E_2 = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \quad E_1 = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}$$

$$E_2 - E_1 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v} + E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} = h\nu$$

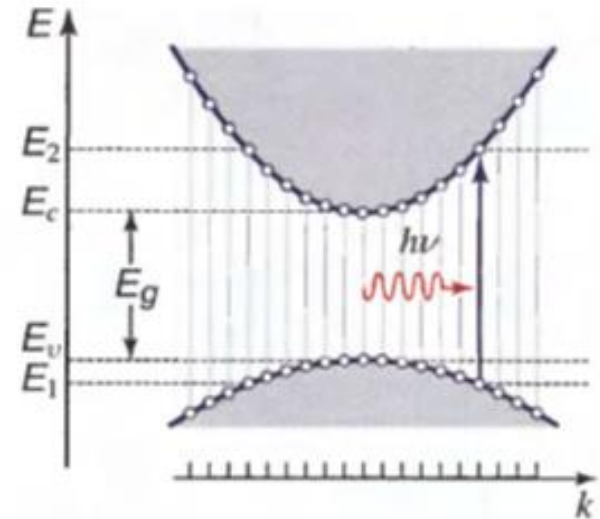


$$k^2 = \frac{2m_r}{\hbar^2} (h\nu - E_g)$$

z zasady zachowania energii:

$$E_2 = E_c + \frac{m_r}{m_c} (h\nu - E_g) \quad *$$

$$E_1 = E_v - \frac{m_r}{m_v} (h\nu - E_g) = E_2 - h\nu$$



Łączna gęstość stanów

Ze względu na równość * liczba stanów na jednostkę objętości w przedziale energii fotonów od $h\nu$ do $h(\nu + d\nu)$ w procesie absorpcji bądź emisji elektron-dziura:

$$\varrho(\nu) d\nu = \varrho_c(E_2) dE_2$$

$$\varrho(\nu) = (dE_2/d\nu) \varrho_c(E_2)$$

Łączna gęstość stanów

$$\varrho(\nu) = \frac{hm_r}{m_c} \varrho_c(E_2)$$

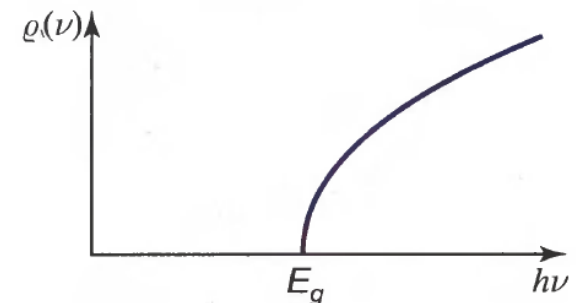
Gęstość stanów w pobliżu krawędzi pasm:

$$\varrho_c(E) = \frac{(2m_c)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E - E_c}, \quad E \geq E_c$$

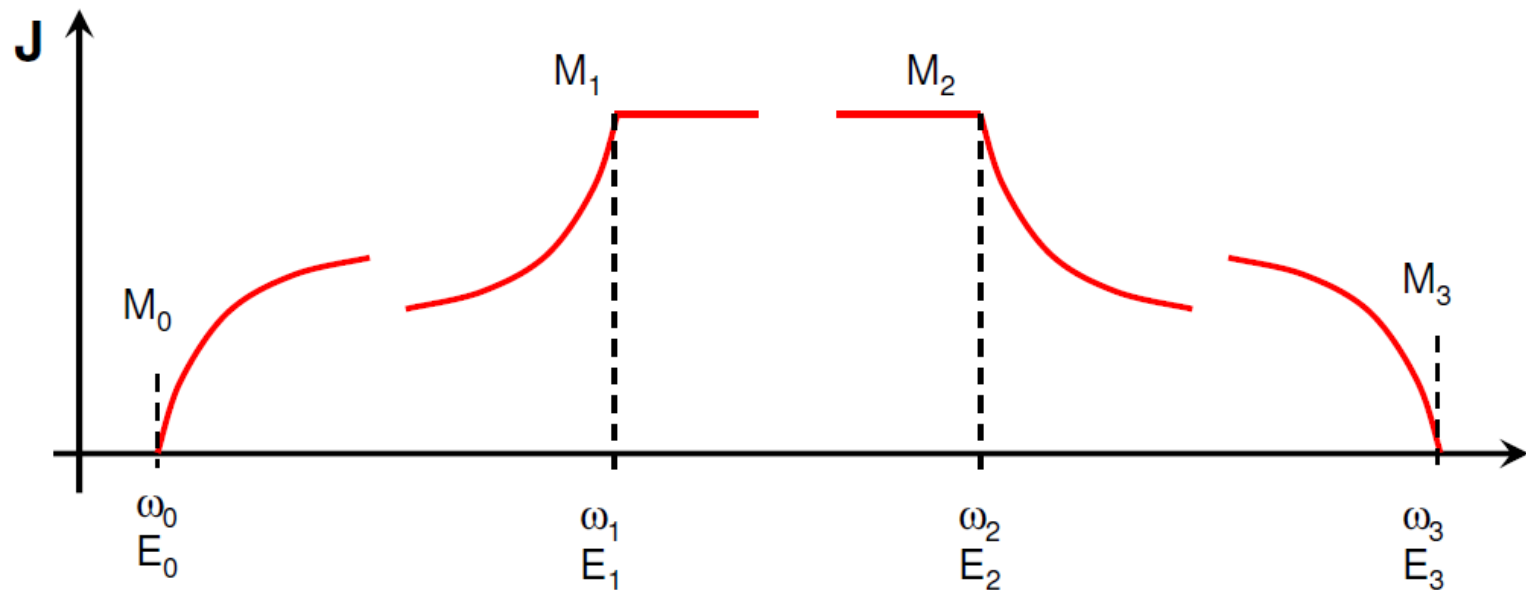
$$\varrho_c(E_2) = \frac{(2m_c)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E_2 - E_c},$$

$$E_2 - E_c = \frac{m_r}{m_c} (h\nu - E_g)^* \quad \longrightarrow$$

$$\varrho(\nu) = \frac{(2m_r)^{3/2}}{\pi\hbar^2} \sqrt{h\nu - E_g}, \quad h\nu \geq E_g$$



Łączna gęstość stanów w pobliżu punktów krytycznych (3D)



Można pokazać że najniżej energetycznym punktem osobliwym jest M_0
(podstawowa krawędź absorpcji)

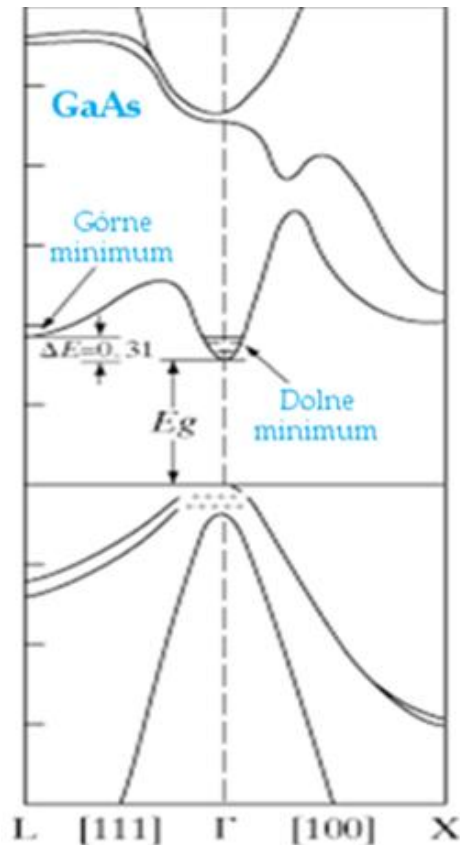
Metody badań punktów osobliwych

M_0 – np. absorpcja, fotoprzewodnictwo, odbicie, luminescencja,...

M_1 , M_2 , M_3 – metody odbiciowe

Przejścia proste (np. GaAs)

W pobliżu $k=0$ zależność $E(k)$ jest paraboliczna zarówno dla pasma przewodnictwa (e), pasma dziur ciężkich (hh), dziur lekkich (lh) oraz pasma powstałego na skutek oddziaływania spin – orbita (so). Różnica między zależnościami dyspersyjnymi dla poszczególnych pasm wynika tylko z innej wartości masy efektywnej.



$$E_c(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

$$E_{hh}(k) = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{hh}^*}$$

$$E_{lh}(k) = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{lh}^*}$$

$$E_{so}(k) = -\Delta - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{so}^*}$$

Spektrum współczynnika absorpcji

Prawdopodobieństwo przejścia $W_{i \rightarrow f}$ jest proporcjonalne do łącznej gęstości stanów, więc współczynnik absorpcji będzie miał podobną zależność funkcyjną od energii fotonów co łączna gęstość stanów, ponieważ w przybliżeniu dipolowym można założyć, że $M = \text{const}$ (tzn. słabo zależy od k)

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \rho(h\nu)$$

$$\varrho(\nu) = \frac{(2m_r)^{3/2}}{\pi \hbar^2} \sqrt{h\nu - E_g}, \quad h\nu \geq E_g;$$

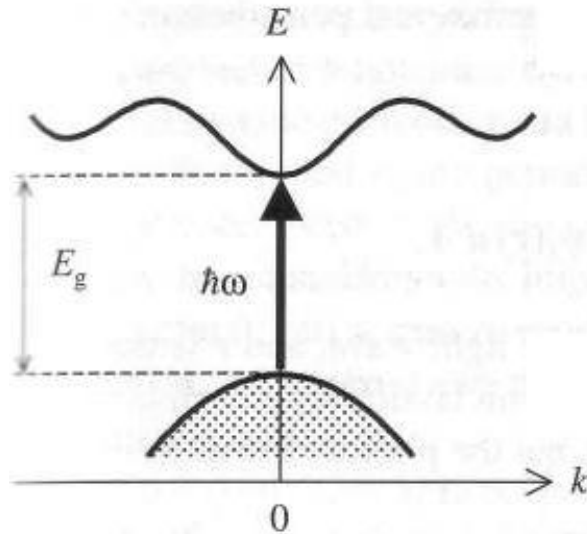
$$(h\nu = \hbar\omega)$$

$$\hbar\omega < E_g, \quad \alpha(\hbar\omega) = 0$$

$$\hbar\omega \geq E_g, \quad \alpha(\hbar\omega) \sim (\hbar\omega - E_g)^{\frac{1}{2}}$$

Współczynnik absorpcji dla półprzewodnika z prostą przerwą wzbronioną

Np. GaAs

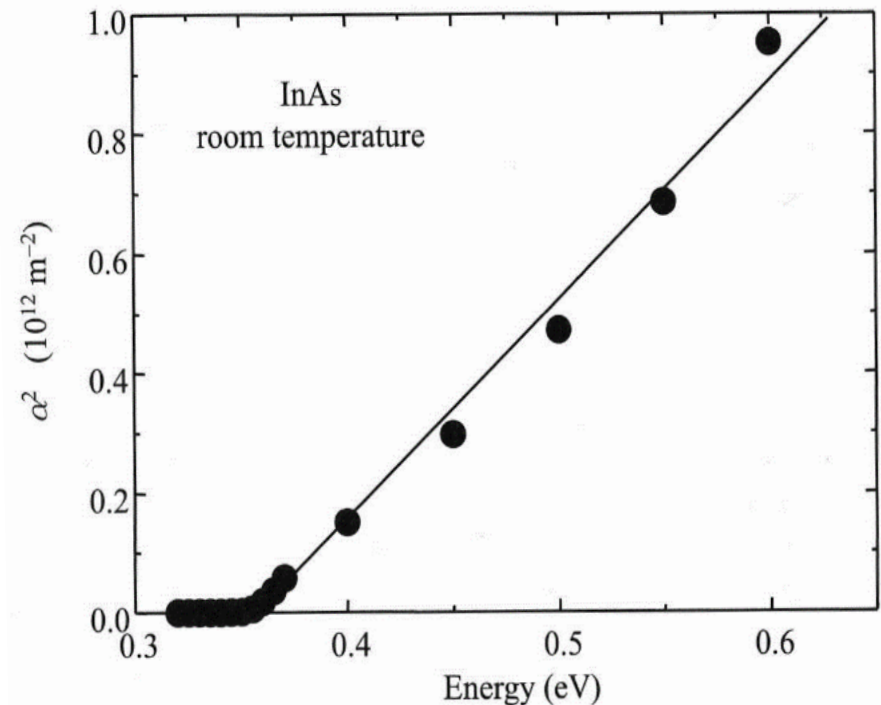


$$\text{dla } \hbar\omega < E_g, \quad \alpha(\hbar\omega) = 0$$

$$\text{dla } \hbar\omega \geq E_g, \quad \alpha(\hbar\omega) \propto \sqrt{(\hbar\omega - E_g)}.$$

Zależność $\alpha^2(\hbar\omega)$ dla InAs

M.Fox „Optical Properties of Solids”



Przejścia skośne

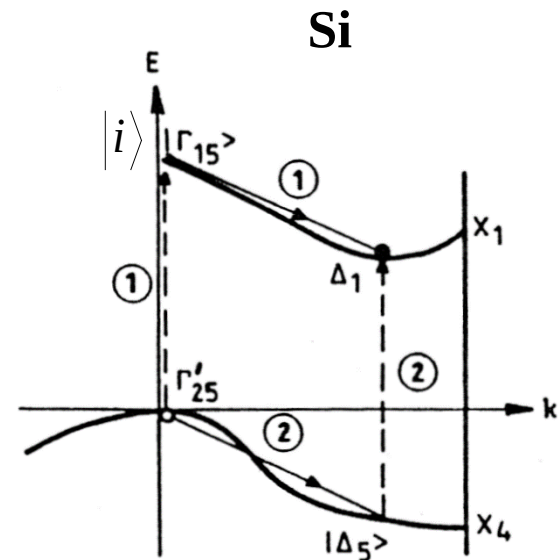
Przejścia skośne mogą pojawić się wtedy i tylko wtedy, gdy w procesie oddziaływania foton–elektron bierze udział trzecia cząstka, która umożliwia spełnienie zasady zachowania wektora falowego. Zazwyczaj taką rolę pełni fonon:

$$E_f = E_i + \hbar\omega \pm \hbar\Omega \qquad \hbar\vec{k}_f = \hbar\vec{k}_i \pm \hbar\vec{q}$$

gdzie $\hbar\Omega$ i $\hbar\vec{q}$ energia i pęd fononu. Znak „+” odpowiada procesowi z emisją, „-” procesowi z absorpcją fononu.

1. Proces dwuetapowy: elektron jest wzbudzany przy udziale fotonu $\hbar\omega$ z pasma walencyjnego do stanu wirtualnego bez zachowania energii ale z zachowaniem wektora falowego. W drugim etapie elektron przechodzi ze stanu $|i\rangle$ do stanu Δ_1 na dnie pasma przewodnictwa przy udziale procesu absorpcji lub emisji fononu.

2. Możliwe jest przejście takie, że najpierw jest oddziaływanie z fononem, a potem – z fotonem



Fonony

Dowolne drganie można przedstawić jako superpozycję drgań normalnych układu (superpozycji drgań harmoniczných o energii E i pędzie p).

Stąd jeden krok do kwantowania takiego układu.

W opisie z wykorzystaniem formalizmu mechaniki kwantowej:

wzbudzenia kryształu $\Rightarrow$ fonony o energii $E = \hbar\omega_q$

Energia układu oscylatorów kwantowych:

$$E = \sum_q \left(n_q + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_q = E_0 + \sum_q n_q \hbar\omega_q$$

n_q - liczba całkowita, ilość fononów o wektorze falowym q

E_0 - energia zerowa układu (dla $T=0$ $E \neq 0$).

Fonony o wektorze falowym q niosą pęd $\mathbf{p}_{fon} = \hbar\mathbf{q}$

Analogia foton - fonon

Formalizm opisujący fonony jest analogiczny do kwantowania pola elektromagnetycznego.

fotony - stany wzbudzenia próżni

fonony - stany wzbudzenia kryształu

Zamiast rozpatrywać ogromne liczby oddziałujących ze sobą atomów wprowadzamy nieoddziałujące kwazicząstki – fonony.

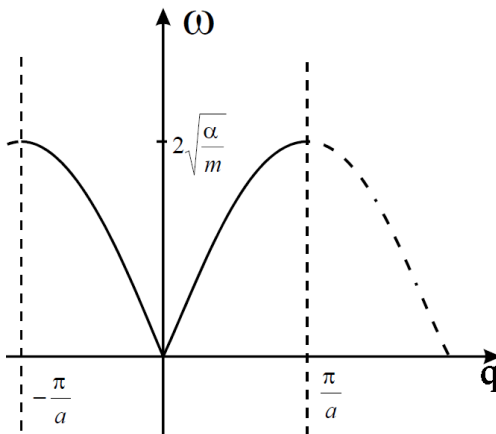
Często spotyka się opis wzbudzeń fononowych w języku drugiej kwantyzacji.

Wykorzystuje się wtedy operatory kreacji i anihilacji (a^+ , a) fononu o określonym pędzie i energii.

Fonony są bozonami - czyli podobnie jak fotony podlegają statystyce opisanej przez rozkład Bosego-Einsteina

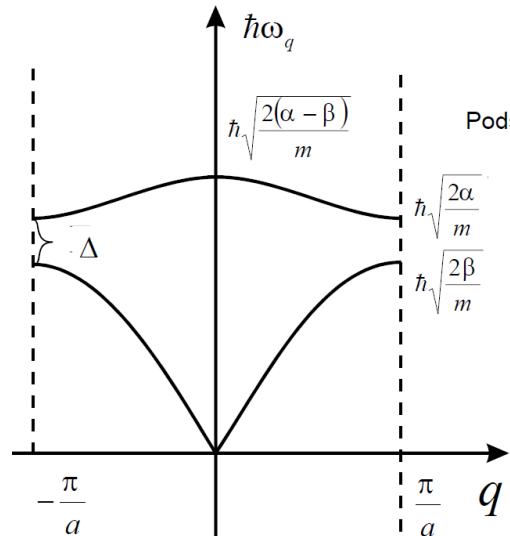
Relacja dyspersji

Łańcuch monoatomowy



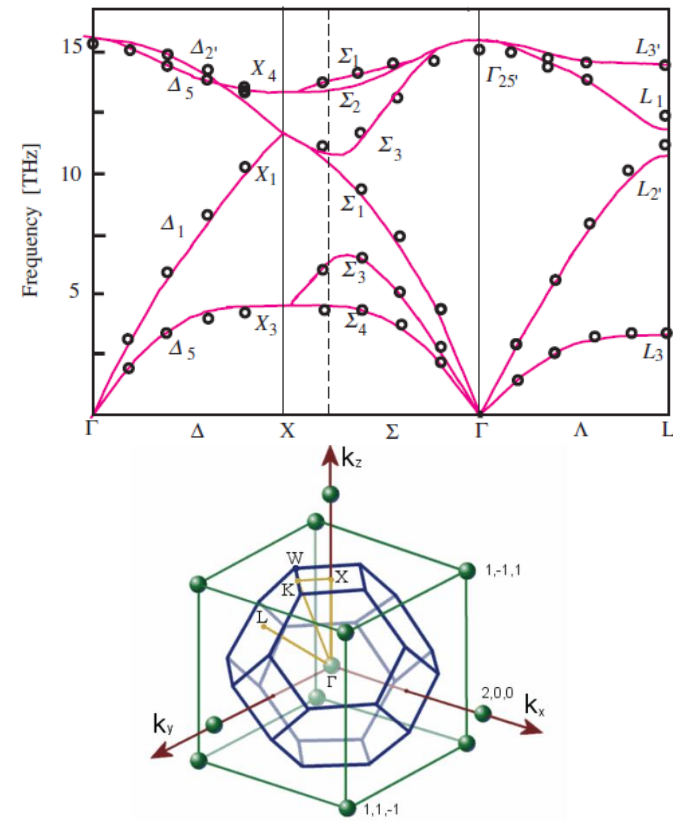
Fonony akustyczne

Sieć 1D z bazą 2-atomową



Fonony akustyczne
Fonony optyczne

Relacja dyspersji dla fononów w Si



Sieć trójwymiarowa z bazą, np. baza dwuatomowa - 6N stopni swobody
- 3 gałęzie akustyczne (LA+2xTA) i 3 optyczne (LO+2xTO)

Przejścia skośne

Prawdopodobieństwo absorpcji fotonu w jednostce czasu/jednostkę objętości

$$\mathfrak{R}_i = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k_c, k_v} \left| \sum_i \frac{\langle f | H_{ep} | i \rangle \langle i | H_{eR} | 0 \rangle}{E_{i0} - \hbar\omega} \right|^2 \delta(E_c(\vec{k}_c) - E_v(\vec{k}_v) - \hbar\omega \pm E_p),$$

gdzie: H_{eR} – hamiltonian oddziaływania elektronu z fotonem, H_{ep} – hamiltonian oddziaływania elektronu z fononem.

$|0\rangle$ – stan początkowy układu z zapełnionym pasmem walencyjnym, pustym pasmem przewodnictwa oraz liczbą fononów n_p ,

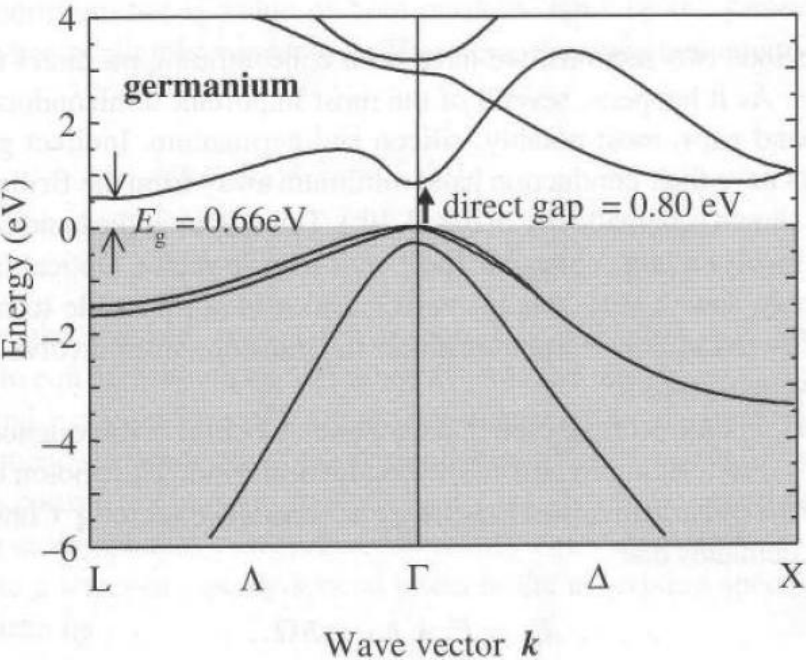
$|f\rangle$ – stan końcowy układu z elektronem w minimum pasma przewodnictwa, dziurą w maksimum pasma walencyjnego oraz liczbą fononów $n_p \pm 1$,

$|i\rangle$ – przedstawia dwa możliwe stany pośrednie, opisane na slajdzie poprzednim.

Element macierzowy oddziaływania elektron – fonon zależy od stopnia obsadzenia stanów fononowych

$$\langle f | H_{ep} | i \rangle = \begin{cases} \sqrt{n_p} & \text{– dla procesu z absorpcją fononu,} \\ \sqrt{n_p + 1} & \text{– dla procesu z emisją fononu,} \end{cases} \quad \text{gdzie} \quad n_p = \left[\exp\left(\frac{E_p}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}.$$

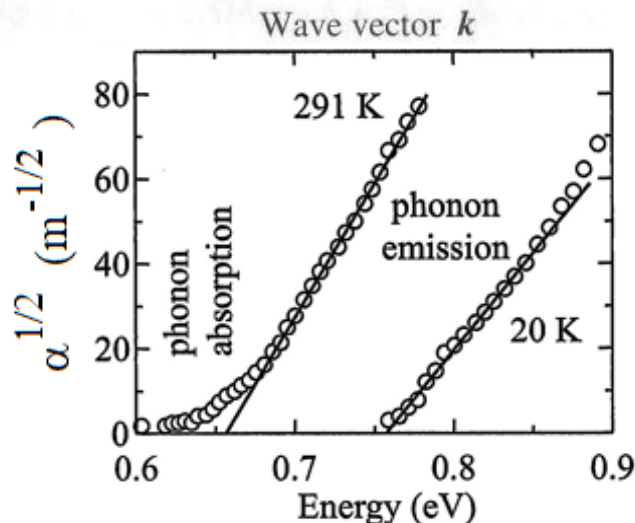
Współczynnik absorpcji dla półprzewodnika ze skośną przerwą wzbronioną Np. Ge, Si



$$\alpha(\hbar\omega) \propto (\hbar\omega - E_g \mp \hbar\Omega)^2$$

gdzie $\mp \hbar\Omega$ to energia fononu, absorbowanego bądź emitowanego.

W wyższych temperaturach (pokojowa) absorpcji światła towarzyszy zwykle absorpcja a w niższych – emisja fononu:



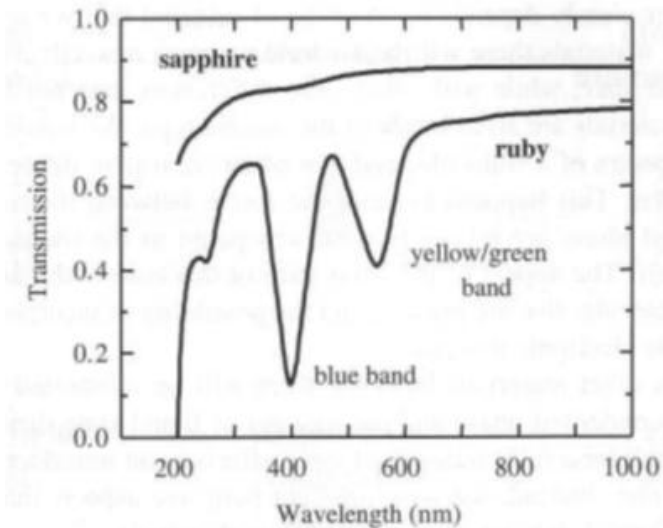
$$n_p = \left[\exp\left(\frac{E_p}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}.$$

Zależność $\sqrt{\alpha(\hbar\omega)} = f(\hbar\omega)$ dla germanu.

M.Fox „Optical Properties of Solids”

Transmitancja szkieł

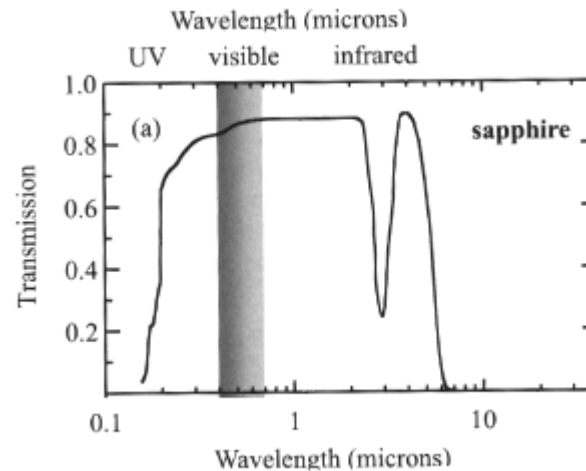
Crystal	Common name	Transparency range (μm)	Birefringent	n
Al_2O_3	sapphire	0.2 – 6	yes	1.771 (o), 1.763 (e)
BaF_2		0.2 – 12		1.476
Diamond		0.25 – > 80		2.424
KBr		0.3 – 30		1.564
KCl		0.21 – 25		1.493
KI		0.3 – 40		1.673
MgF_2		0.12 – 8	yes	1.379 (o), 1.390 (e)
NaCl	salt	0.21 – 20		1.55
NaF		0.19 – 15		1.326
SiO_2	quartz	0.2 – 3	yes	1.546 (o), 1.555 (e)
TiO_2	rutile	0.45 – 5	yes	2.652 (o), 2.958 (e)



Transmitancja szafiru (Al_2O_3 , 3mm) i rubinu (Al_2O_3 z 0.05%Cr, 6mm)



Transmitancja izolatorów i półprzewodników



Al_2O_3

Wsp. załamania:

1.771 (o), 1.763 (e)

M.Fox, Optical Properties of Solids

- W zakresie, w którym absorpcja jest znikoma, można założyć, że $\tilde{n} = n = 1.77$. Wówczas współczynnik odbicia:

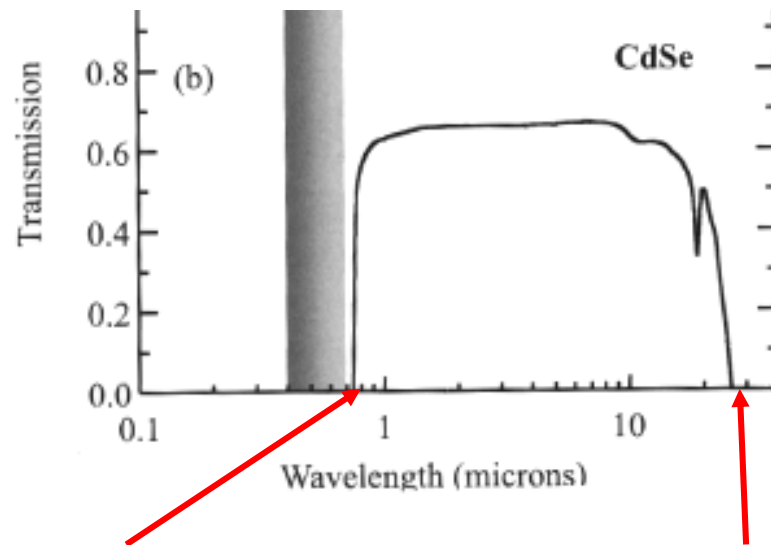
$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = 0.077$$

Współczynnik transmisji (transmitancja):

$$T = \frac{1-R}{1+R} = 0.86 \quad \text{Transmisja: } T(\%) = 86\%$$

- Minimum ok. $3\mu m$ oraz spadek transmisji $> 6\mu m$ - absorpcja na drganiach sieci.
- Dla $\lambda < 0.2\mu m$ – spadek związany z krawędzią absorpcji

Transmitancja półprzewodników



Crystal	Transparency range (μm)	λ_g (μm)	n
Ge	1.8–23	1.8	4.00
Si	1.2–15	1.1	3.42
GaAs	1.0–20	0.87	3.16
CdTe	0.9–14	0.83	2.67
CdSe	0.75–24	0.71	2.50
ZnSe	0.45–20	0.44	2.41
ZnS	0.4–14	0.33	2.20

Absorpcja pasmo-pasmo Absorpcja na fononach

Przykład

(M.Fox „Optical Properties of Solids”)

1. Obliczyć transmitancję i gęstość optyczną warstwy Si o grubości $10\mu m$, dla długości fali $\lambda = 632.9nm$ (laser He-Ne). Współczynnik absorpcji dla tej długości fali $\alpha = 3.8 \cdot 10^3 cm^{-1}$ a współczynnik odbicia $R = 0.35$.

Rozwiązanie

Obliczymy iloczyn $\alpha \cdot d = 3.8$. Iloczyn jest duży, możemy zaniedbać wielokrotne odbicia.

$$T = (1 - R)^2 e^{-\alpha d} = (1 - 0.35)^2 e^{-3.8} = 0.0095$$

$$O.D. = -\log(0.0095) = 2.025$$

Jeśli zaniedbamy współczynnik odbicia:

$$O.D. = 0.434 \cdot 3.8 = 1.65$$

Częstość plazmowa metali i półprzewodników

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_{opt}\epsilon_0 m^*}}$$

Aluminium

$$\begin{aligned}\epsilon_{opt} &= 1 \\ m_0 &= 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ n &= 18.1 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}\end{aligned}$$



$$\hbar\omega_p \sim 15.8 \text{ eV}$$

Ultrafiolet!

GaAs

$$\begin{aligned}\epsilon_{opt} &= \epsilon_{\infty} = 10.88 \\ m^* &= 0.067 m_0 \\ n &= 10^{18} \text{ cm}^{-3}\end{aligned}$$



$$\hbar\omega_p \sim 50 \text{ meV}$$

Łatwo sterować częstość
plazmową wykorzystując
domieszkowanie!

Odbicie w półprzewodnikach domieszkowanych

Model elektronów swobodnych, przy założeniu, że:

- $m_0 \rightarrow m^*$ (dla typu n i p odpowiednio masy efektywne elektronów lub dziur
- $\varepsilon_1 = 1 \rightarrow \varepsilon_{opt}$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

$$D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E = \varepsilon_{opt} \varepsilon_0 E - \frac{Ne^2 E}{m^*(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

P- związane z polaryzacją związanych elektronów w półprz. przed domieszkowaniem.

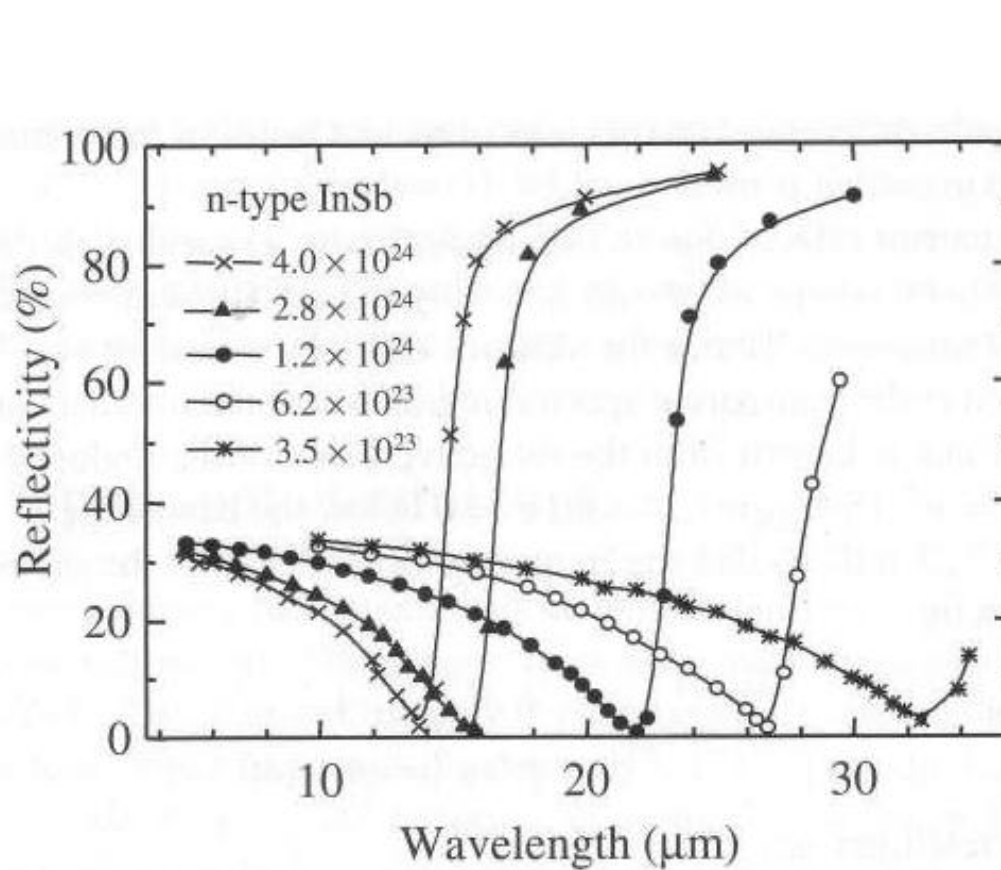
Odbicie związane ze swobodnymi nośnikami dotyczy zakresu spektralnego w którym półprzewodnik jest przezroczysty, stąd $\kappa=0$, $\varepsilon_2 = 0$ i $\varepsilon_1 = \varepsilon_{opt} = n^2$.

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_{opt} - \frac{Ne^2}{m^*(\omega^2 + i\gamma\omega)\varepsilon_0} = \varepsilon_{opt} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)} \right)$$

gdzie

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_{opt} \varepsilon_0 m^*}$$

Częstość plazmowa w półprzewodnikach



$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_{opt}\epsilon_0 m^*}}$$

Absorpcja na swobodnych nośnikach w półprzewodnikach

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_{opt} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)} \right) = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$$

Stąd

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{opt} \left(1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{(1 + \omega^2 \tau^2)} \right) \quad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_{opt} \omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}$$

Dla $\omega > \omega_p$ może dojść do absorpcji na swobodnych nośnikach. Absorpcja na swobodnych nośnikach ma miejsce w podczerwieni. Można założyć, że $\omega\tau \gg 1$ i wtedy $\varepsilon_1 = \varepsilon_{opt}$ oraz $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$.

Wówczas $n = \sqrt{\varepsilon_{opt}}$ oraz $\kappa = \frac{\varepsilon_2}{2n}$ a współczynnik absorpcji:

$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c} = \frac{\varepsilon_{opt}\omega_p^2}{n\omega^2 c \tau} = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m^* n c \tau} \frac{1}{\omega^2}$$

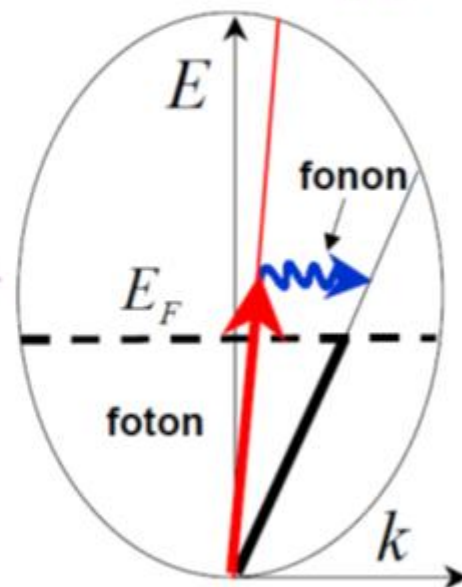
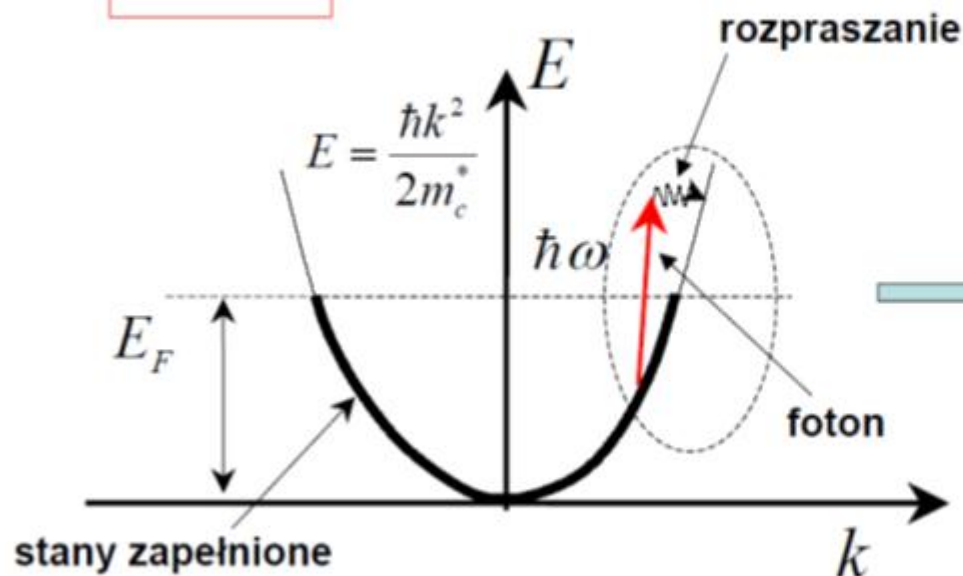
Absorpcja na swobodnych nośnikach

$$\alpha = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m^* n c \tau} \frac{1}{\omega^2}$$

Typowo w półprzewodnikach obserwuje się zależność

$$\alpha \propto \omega^{-p}$$

gdzie wykładnik $p = 2-3$



Zachowanie energii i pędu w procesie absorpcji

Foton ma bardzo mały pęd, żeby więc spełniona była zasada zachowania pędu konieczny jest proces rozpraszania elektronu na fononach lub domieszkach!

Absorpcja w półprzewodnikach na domieszkach

Wg modelu wodoropodobnego elektron domieszki donorowej jest uwalniany a następnie przyciągany przez dodatni jon donora. Jon donora i elektron tworzą system wodoropodobny dzięki oddziaływaniu Coulomba. Aby obliczyć energie jonizacji domieszki donorowej, w równaniu na dozwolone poziomy energetyczne elektronu w atomie wodoru zastępujemy masę swobodnego elektronu masą efektywną m_e^* i wprowadzamy przenikalność dielektryczną półprzewodnika ϵ_r :

$$E_n^D = -\frac{m_e^*}{m_0} \frac{1}{\epsilon_r^2} \frac{R_H}{n^2}$$

gdzie $R_H = 13.6 \text{ eV}$ jest stałą Rydberga a n – liczbą całkowitą (nr poziomu energetycznego). $n = 1$ odpowiada poziomowi podstawowemu. Przejścia optyczne mogą zachodzić pomiędzy kolejnymi poziomami. Fotony, które odpowiadają za przejścia z poziomu podstawowego do wyższych poziomów są opisane równaniem:

$$h\nu = \frac{m_e^*}{m_0} \frac{R_H}{\epsilon_r^2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$